

УДК 538.566.5  
© 1990

Аркадьев В. А., Кованцев В. Е., Коломийцев А. П.,  
Кумаров М. А., Пономарев П. Ю.

**ТРАНСПОРТИРОВКА РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
ПО КАПИЛЛЯРНЫМ РЕНТГЕНОВОДАМ В УСЛОВИЯХ  
ПОЛНОГО ВНЕШНЕГО ОТРАЖЕНИЯ ОТ ИЗОГНУТЫХ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Проведены теоретическое и экспериментальное исследования транспортировки рентгеновского излучения по изогнутым полым гладкостенным волноводам в условиях полного отражения от их внутренних поверхностей.

В последнее время наблюдается возрождение интереса к рентгеновской оптике, связанное с ее применениями в рентгеновской микроскопии и телескопии, в опытах с синхротронным излучением и горячей плазмой, в субмикронной литографии и рентгеновской голографии [1]. Наряду с интенсификацией работ в традиционных областях дифракционной и интерференционной рентгеновской оптики (френелевские зонные пластины, пропускающие дифракционные решетки, многослойные зеркала нормального падения) дальнейшее развитие получили системы, использующие малоугловое отражение от гладких поверхностей, в частности рентгеновские волноводы [2-4].

Особое значение имеет задача о прохождении рентгеновского излучения по изогнутым волноводам, поскольку именно такие волноводы составляют основу приборов рентгеновской капиллярной оптики. Предварительное изучение многократного отражения рентгеновских лучей от изогнутых поверхностей выполнено в работе [5]. Цель настоящей работы — детальное исследование характера прохождения рентгеновского излучения по изогнутым полым гладкостенным волноводам в условиях полного отражения от их внутренних поверхностей.

**Теоретическая часть. Основные формулы и обозначения.** В рентгеновском диапазоне оптические свойства вещества описываются показателем преломления

$$n = 1 - \frac{1}{2} \alpha + \frac{i}{2} \beta, \quad 0 < \alpha, \quad \beta \ll 1. \quad (1)$$

Коэффициент отражения излучения, падающего под углом скольжения  $\varphi$  из вакуума на среду с показателем преломления (1), определяется формулой Френеля и может быть представлен в виде [6]

$$R(\varphi) = \frac{(\varphi - \varphi_1)^2 + \varphi_2^2}{(\varphi + \varphi_1)^2 + \varphi_2^2}, \quad (2)$$

где

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} [((\alpha - \varphi^2)^2 + \beta^2)^{1/2} - \alpha + \varphi^2]^{1/2},$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} [((\alpha - \varphi^2)^2 + \beta^2)^{1/2} + \alpha - \varphi^2]^{1/2}.$$

При  $\varphi \leq \varphi_c \equiv \alpha^{1/2}$  имеет место полное внешнее отражение рентгеновских лучей от поверхности. При  $\varphi > \varphi_c$  коэффициент отражения  $R(\varphi)$  быстро

ев А. И.,

**ЗАЛУЧЕНИЯ  
УСЛОВИЯХ  
БОГНУТЫХ**

едования транс-  
польным гладко-  
их внутренних

оса к рентгеновской  
и микроскопии и те-  
горячей плазмой,  
вафли [1]. Наряду  
с дифракционной и  
вские зонные пла-  
дослойные зеркала  
и системы, исполь-  
ностей, в частности

игеновского излуче-  
е волноводы состав-  
ники. Предваритель-  
лучей от изогнутых  
работы — детальное  
излучения по про-  
вольного отражения

ения. В рентгенов-  
аются показателем

(1)

гом скольжения  $\varphi$   
определяется фор-

(2)

дне рентгеновских  
ения  $R(\varphi)$  быстро

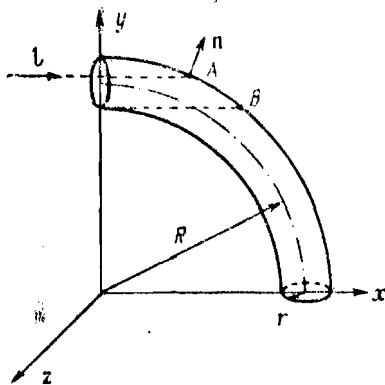


Рис. 1

Рис. 1. Геометрия падения излучения на вход изогнутого волновода

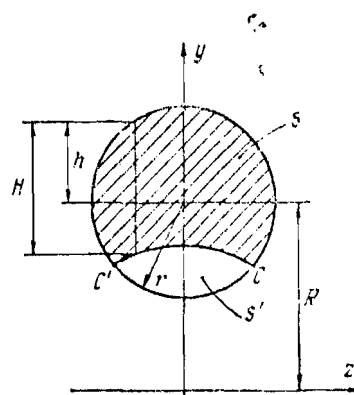


Рис. 2

Рис. 2. Геометрия расчета коэффициента захвата изогнутого волновода

убывает и становится пренебрежимо мал:  $R(\varphi) \approx 0$ . Критический угол  $\varphi_c$  является малой величиной и составляет  $\sim 10^{-2} \div 10^{-4}$  в диапазоне энергий 5–50 кэВ.

*Захват рентгеновского излучения изогнутым волноводом.* Рассмотрим изогнутый цилиндрический волновод, на вход которого падает параллельный пучок рентгеновских лучей (рис. 1). Будем считать, что внутренняя поверхность волновода является тором и описывается уравнением

$$[(x^2 + y^2)^{1/2} - R]^2 + z^2 = r^2, \quad (3)$$

где  $r$  — радиус внутреннего отверстия волновода,  $R$  — радиус изгиба волновода. Направление падающих лучей задается вектором  $l = (1, 0, 0)$ . Найдем угол скольжения луча к поверхности в произвольной точке падения  $A$ .

Из уравнения поверхности (3) следует, что внешняя нормаль в точке  $A$  с координатами  $(x, y, z)$  имеет компоненты

$$n = \left( \frac{x}{r} \frac{(x^2 + y^2)^{1/2} - R}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \frac{y}{r} \frac{(x^2 + y^2)^{1/2} - R}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \frac{z}{r} \right).$$

Угол скольжения  $\varphi$  луча с поверхностью в точке  $A$  определяется следующим образом:

$$\sin \varphi = (l, n) = \frac{x}{r} \frac{(x^2 + y^2)^{1/2} - R}{(x^2 + y^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

Максимальное значение угол  $\varphi$  принимает для луча, падающего в точку  $B$  с координатами  $x = 2(rR)^{1/2}$ ,  $y = R - r$ ,  $z = 0$ . В этом случае

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{2(rR)^{1/2}}{R + r}. \quad (5)$$

В дальнейшем используем, что

$$(r/R) \ll 1. \quad (6)$$

При этом условии равенство (5) принимает вид

$$\varphi_{\max} \approx 2(r/R)^{1/2}. \quad (5a)$$

По-видимому, все падающее на вход излучение захватывается волноводом, если  $\varphi_{\max} \leq \varphi_c$ , т. е.  $R\varphi_c^2 / (4r) \geq 1$ . В противном случае имеет место неполный захват, так как часть излучения падает на стенки волновода с углами скольжения  $\varphi > \varphi_c$  и практически не отражается. Таким образом, степень захвата излучения изогнутым волноводом зависит от величины

изгиба и определяется параметром

$$\gamma = R\varphi_c^2 / (4r) = R\alpha / (4r). \quad (7)$$

Рассмотрим случай неполного захвата излучения ( $\gamma < 1$ ). На рис. 2 изображено входное отверстие волновода. Заштрихованная часть отверстия заполнена лучами с углами скольжения  $\varphi < \varphi_c$ , т. е. захватываемыми волноводом. Незаштрихованная часть отверстия соответствует лучам с углами скольжения  $\varphi > \varphi_c$ , т. е. погибающим при первом отражении. Граница раздела  $CC'$  может быть найдена из соотношения (4) при  $\varphi = \varphi_c$  и уравнения поверхности (3):

$$y(z) = (R + (r^2 - z^2)^{1/2}) \left[ 1 - \frac{r^2 \sin^2 \varphi_c}{r^2 - z^2} \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Удобно сделать замену переменных (см. рис. 2):

$$h = (r^2 - z^2)^{1/2}, \quad H = R + h - y.$$

Уравнение кривой (8) в новых переменных с учетом условия (6) и неравенства  $\varphi_c \ll 1$  упрощается и может быть записано в виде

$$H(h) \approx 2\gamma r^3 / h^2. \quad (9)$$

Для крайних точек  $C$  и  $C'$  отсюда имеем  $H_c = 2h_c = 2r\gamma^{1/2}$ .

Найдем площадь заштрихованной на рис. 2 фигуры:

$$\begin{aligned} S &= \pi r^2 - S', \\ S' &= 2 \int_0^{z_c} [2h(z) = H(z)] dz = 2 \int_{h_c}^r [2h - H(h)] \frac{h dh}{(r^2 - h^2)^{1/2}} = \\ &= 4 \int_{h_c}^r \left( h - \frac{\gamma r^3}{h^2} \right) \frac{h dh}{(r^2 - h^2)^{1/2}}. \end{aligned}$$

Последний интеграл вычисляется в элементарных функциях, что позволяет получить окончательный результат в аналитическом виде:

$$S = r^2 \left[ \pi - 2\psi - \sin 2\psi + 4\gamma \ln \frac{1 + \operatorname{tg}(\psi/2)}{1 - \operatorname{tg}(\psi/2)} \right],$$

где

$$\psi = \arccos \gamma^{1/2} \quad (0 \leq \psi < \pi/2).$$

Из проведенного анализа следует, что можно определить коэффициент захвата излучения  $\kappa$  изогнутым волноводом как отношение площадей  $S/(\pi r^2)$ . Таким образом,

$$\kappa = \begin{cases} 1, & \gamma \geq 1, \\ \frac{1}{\pi} \left[ \pi - 2\psi - \sin 2\psi + 4\gamma \ln \frac{1 + \operatorname{tg}(\psi/2)}{1 - \operatorname{tg}(\psi/2)} \right], & \gamma < 1. \end{cases} \quad (10)$$

На рис. 3 показаны границы зон захвата, построенные по формуле (8) для различных  $\gamma$ . В случае сильно изогнутого волновода ( $\gamma \ll 1$ ) заштрихованная на рис. 2 фигура превращается в узкий «полумесяц», а коэффициент захвата становится очень малым:

$$\kappa \sim -\frac{4\gamma}{3\pi} \ln \gamma \quad \text{при} \quad \gamma \rightarrow 0.$$

*Учет поглощения в изогнутом волноводе.* Термин «полное внешнее отражение», применяемый к падающему на поверхность под скользящим углом рентгеновскому излучению, является чисто номинальным. В действ-

(7)

На рис. 2 изображена часть отверстия затравиваемыми волносет лучам с углами отражения. Граница при  $\varphi = \varphi_c$  и уравне-

(8)

словия (6) и нера-

(9)

$$\frac{h dh}{h^2} =$$

ниях, что позво-

нить коэффициент

$$\gamma \geq 1, \quad (10)$$

$$\gamma < 1.$$

по формуле (8) а ( $\gamma < 1$ ) заштри-

полное внешнее под скользящим альным. В дейст-

вительности при каждом отражении некоторая часть излучения теряется вследствие поглощения ( $\beta \neq 0$ ) и рассеяния на микрошероховатостях.

При прохождении излучения по изогнутому волноводу траектория отдельного луча имеет вид ломаной линии, а угол скольжения неодинаков для различных лучей в данном сечении и, кроме того, меняется вдоль луча от одного отражения к другому. Последнее обстоятельство затрудняет получение явного выражения для затухания излучения в изогнутом волноводе, поэтому ограничимся следующими оценками в случае, когда изгиб волновода удовлетворяет условию  $\gamma < 1$ .

При падении на поверхность с углом скольжения  $\varphi < \varphi_c$  луч не испытывает полного внешнего отражения и отклоняется от первоначального направления на угол  $2\varphi$ . Для поворота на угол  $\Phi$  требуется  $N \approx \Phi / (2\varphi)$  отражений. Уменьшение интенсивности излучения при таком повороте описывается коэффициентом  $R_\Phi = R^N(\varphi) \approx [R(\varphi)]^{\Phi / (2\varphi)}$ . Константы  $\alpha$  и  $\beta$ , характеризующие оптические свойства вещества в рентгеновском диапазоне, обычно удовлетворяют условию  $\beta^2 \ll \alpha^2$ . Рассмотрим малые углы скольжения  $\varphi$ , удовлетворяющие неравенству  $\beta^2 \ll (\alpha - \varphi^2)^2$ . Последнее условие исключает из рассмотрения лишь углы, близкие к  $\varphi_c = \alpha^{1/2}$ . При допустимых углах скольжения выражение (2) для коэффициента отражения  $R(\varphi)$  может быть приближенно записано в виде

$$R(\varphi) \approx 1 - \frac{2\beta\varphi}{\alpha(\alpha - \varphi^2)^{1/2}},$$

поэтому

$$R_\Phi \approx \left( 1 - \frac{2\beta\varphi}{\alpha(\alpha - \varphi^2)^{1/2}} \right)^{\Phi / (2\varphi)} \approx \exp\left( - \frac{\beta\Phi}{\alpha(\alpha - \varphi^2)^{1/2}} \right). \quad (11)$$

Расчеты показывают, что полученное для  $R_\Phi$  выражение (11) является хорошей аппроксимацией практически для всех углов скольжения  $0 \leq \varphi \leq \varphi_c$ .

Для волновода длины  $L$ , изогнутого с радиусом кривизны  $R$ , средний угол поворота  $\Phi$  лучей равен  $\Phi \sim L/R = \alpha L / (4\gamma r)$  (см. формулу (7)). Пропускная способность  $\hat{\kappa}$  такого волновода определяется двумя факторами: коэффициентом захвата  $\kappa(\gamma)$  (формула (10)) и ослаблении излучения при многократных отражениях в соответствии с выражением (11). В результате пропускания способность может быть оценена следующим выражением:

$$\hat{\kappa}(\gamma) \approx \kappa(\gamma) \exp\left( - \frac{\beta L}{4\gamma r (\alpha - \varphi^2)^{1/2}} \right), \quad (12)$$

где  $\varphi$  — некоторый средний по сечению пучка угол скольжения лучей. При  $\gamma < 1$  хорошее согласие с экспериментом наблюдается для  $\varphi \approx \varphi_c \sqrt{3}/2$ . При таком выборе  $\varphi$  выражение (12) принимает вид

$$\hat{\kappa}(\gamma) = \kappa(\gamma) \exp\left( - \frac{\beta L}{2\gamma r \alpha^{1/2}} \right). \quad (13)$$

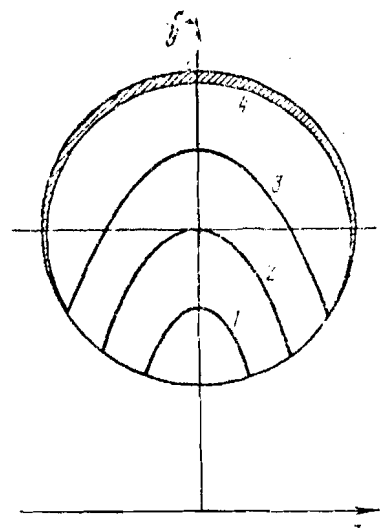


Рис. 3. Расчетные границы зоны захвата излучения при различных  $\gamma$ : 1 — 0,75, 2 — 0,5, 3 — 0,25, 4 —  $\ll 1$

## Методы исследования

В качестве рентгенопроводов использовали капилляры из стекла марки С52-1 с внешним диаметром 0,4 мм и внутренним 0,36 мм. Источником излучения служила рентгеновская трубка БСВ-25 с медным анодом, эффективный размер анодного пятна не превышал 75 мкм. Измерения проводили как на характеристической линии  $\text{Cu } K_{\alpha}$  (8,05 кэВ), так и на тормозном излучении. Проншедшее через капилляр излучение регистрировали на фотопленке или полупроводниковым детектором типа БДРК.

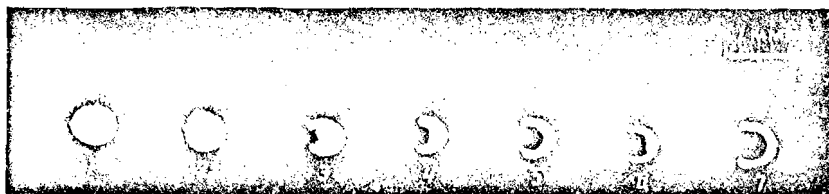


Рис. 4. Фотографии излучения на выходе изогнутых капилляров при различных значениях параметра изгиба  $\gamma$ : 1 -  $>1$ , 2 - 1, 3 - 0,7, 4 - 0,5, 5 - 0,3; 6 - 0,2, 7 - 0,1

Расстояние от источника до входного конца капилляра выбрано равным 500 мм при длине самого капилляра 800 мм. При такой геометрии опыта угол входа излучения в капилляр не превышает  $4 \cdot 10^{-4}$  рад, что на порядок меньше угла полного внешнего отражения излучения с энергией 8 кэВ от стекла.

Капилляр помещался на горизонтальной полированной плите оптического стекла и изгибался с одинаковой по всей длине кривизной, оставаясь прижатым к стеклу. Таким образом, реализовался случай равномерного плоского изгиба. Следует, однако, подчеркнуть, что вход капилляра был всегда ориентирован на источник.

### Результаты и их обсуждение

Картины распределения излучения в поперечном сечении на выходном торце капилляра при различной степени изгиба приведены на рис. 4. В соответствии с теорией при  $\gamma > 1$  излучение заполняет все сечение капилляра, хотя оно распределено по нему неравномерно.

При  $\gamma < 1$  на выходе капилляров регистрируются «полумесяцы» той самой формы, которая описана выше (см. рис. 3 и уравнение (8)). Необходимо отметить очень хорошее совпадение расчетных «полумесяцев» на рис. 3 и экспериментальных рентгенограмм на рис. 4. Следовательно, при  $\gamma < 1$  действительно происходит неполный захват излучения, которое затем транспортируется по капилляру таким образом, что характер заполнения поперечного сечения излучением не меняется существенно вдоль капилляра. Зависимость (10) коэффициента захвата  $\kappa$  от параметра изгиба  $\gamma$  изображена в виде кривой 1 на рис. 5.

В идеальном случае отсутствия поглощения ( $\beta=0$ ) пропускная способность  $\tilde{\kappa}$  рентгеновода совпадала бы с коэффициентом захвата  $\kappa$ . Учет поглощения приводит к заметному отличию  $\tilde{\kappa}$  от  $\kappa$ . На рис. 5 представлены результаты измерений прохождения рентгеновского излучения с энергиями  $E=8, 5,3$  и  $4$  кэВ по изогнутому капилляру (экспериментальные точки). Эти точки хорошо ложатся на расчетные кривые 2-4, построенные по формуле (13) при значениях  $\alpha=1,72 \cdot 10^{-5}, 3,96 \cdot 10^{-5}, 6,95 \cdot 10^{-5}$  и  $\beta=2,16 \cdot 10^{-7}, 10,59 \cdot 10^{-7}, 33,10 \cdot 10^{-7}$  соответственно [7].

Интересно отметить разное поведение функций  $\kappa(\gamma)$  и  $\tilde{\kappa}(\gamma)$  при  $\gamma \rightarrow 0$ :  $\kappa(\gamma)$  стремится к нулю, касаясь оси ординат, а  $\tilde{\kappa}(\gamma)$  обращается в нуль, касаясь оси абсцисс. Это различие обусловлено учетом поглощения ( $\beta \neq 0$ ) во втором случае и хорошо видно на рис. 5.

из стекла марки 35 мм. Источником с медным анодом, 75 мм. Измерения (8,0 кэВ), так и на изменение регистрируемого пика БДРК.



ся при различных значениях  $\gamma$ : 0,3; 6 - 0,2; 7 - 0,1

ра выбрано равным той же геометрии опыта  $\gamma$  рад, что на протяжении с энергией

ной плите оптической, оставаясь случай равномерного под капилляра был

мени на выходном введены на рис. 4. лет все сечение ка-

«полумесяцы» той же геометрии (8)). Необходимо отметить, что «полумесяцев» на рис. 4. Следовательно, при этом характер заполнения вентно вдоль капилляра параметра изгиба  $\gamma$

пропускная способность  $\chi$ . Учет поглощения. На рис. 5 предельного излучения (экспериментальные кривые 2-4, по  $0,3$ ,  $3,96 \cdot 10^{-3}$ ,  $6,95 \cdot 10^{-3}$  [7]).

$\chi(\gamma)$  и  $\hat{\chi}(\gamma)$  при  $\gamma \rightarrow 0$ : обращается в нуль, учетом поглощения

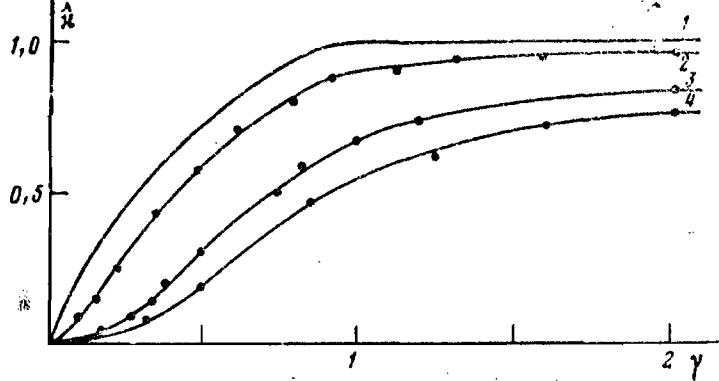


Рис. 5. Зависимость пропускной способности  $\hat{\chi}$  изогнутого рентгеновода от параметра изгиба  $\gamma$ . Точками указаны экспериментальные значения; 1 - универсальная кривая для идеального волновода без поглощения ( $\hat{\chi} = \chi$ ), 2-4 - расчетные кривые для  $E = 8, 5,3$  и  $4$  кэВ соответственно

Расходимость паллучения после выхода из рентгеновода, которую в постоянной работе измеряли по размытию засвеченного на фотопленке пятна по мере его удаления от выходного торца, определяется максимальным углом отражения излучения от стенок, т. е. критическим углом полного внешнего отражения  $\varphi_c = \alpha^h$  (см. формулу (1)). Значения  $\varphi_c$  для энергий  $E = 8, 5,3$  и  $4$  кэВ найдены равными соответственно  $4, 6$  и  $8$  мрад, что хорошо согласуется с указанными выше расчетными значениями. Если воспользоваться известной формулой [2]  $\varphi_c = E_p/E$ , где  $E_p$  - энергия плазмона, то эта величина по данным трех независимых измерений (при трех указанных значениях  $E$ ) оказывается равной  $\sim 30$  эВ. Полученное значение  $E_p$  согласуется с данными для стекла, приведенными в работе [2].

Необходимо помнить, что затухание излучения в капилляре происходит не только вследствие собственного поглощения в стенках за счет  $\beta \neq 0$ , но также вследствие рассеяния на микршероховатостях поверхности и в случае стеклянного рентгеновода вследствие потерь, вызванных волнистостью поверхности. Как показали проведенные измерения на различных партиях капилляров, полная величина затухания может варьироваться в несколько раз для одного и того же состава стекла.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андервуд Дж., Атвуд Д. Т. // Успехи физ. наук. 1987. Т. 151. Вып. 1. С. 105.
2. Mosher D., Stephanakis S. // Appl. Phys. Lett. 1976. V. 29. № 2. P. 105.
3. Vetterling W. T., Pound R. V. // J. Opt. Soc. Amer. 1976. V. 66. № 10. P. 1048.
4. Виноградов А. В., Кожешников П. В. // Журн. техн. физики. 1984. Т. 54. № 9. С. 1755.
5. Аркадьев В. А., Коломийцев А. П., Куматов М. А., Лабузев В. В., Чертов Ю. П., Шапаронов И. М. // Поверхность. 1987. № 2. С. 44.
6. Parratt L. G. // Phys. Rev. 1954. V. 95. № 2. P. 359.
7. Henke B. L., Lee P., Tanaka T. J., Shimabukuro R. L., Fujikawa B. K. // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1982. V. 27. № 1. P. 1.

Институт атомной энергии  
им. И. В. Курчатова  
Москва

Поступила в редакцию 17.X.1988  
Принята в печать 26.X.1988

Arkadiev V. A., Kovantsev V. E., Kolomiitsev A. I.,  
Kumakhov M. A., Ponomarev I. Yu.

#### X-RAY RADIATION TRANSPORT VIA CAPILLARY X-RAY GUIDES UNDER THE CONDITIONS OF TOTAL EXTERNAL REFLECTIONS FROM CURVED SURFACES

X-ray radiation transport via curved hollow smooth-walled waveguides has been studied theoretically and experimentally in conditions of total reflection from their internal surfaces.